

1º Ano do Ensino Médio

INSTRUÇÕES
CANDIDATO, LEIA COM ATENÇÃO!

1. Esta prova é composta por um caderno de perguntas, que contém 20 itens de múltipla escolha, numerados de 01 a 20 e impressa em 11 páginas, inclusive a capa.
2. A Prova terá duração de **03 (três) horas**.
3. **Antes de iniciar a resolução da prova, confira seus dados no cartão resposta e assine-o.**
4. **O(a) candidato(a) tem 15 (quinze) minutos iniciais para tirar dúvidas quanto à impressão da prova. Qualquer falha de impressão, paginação ou falta de folhas deve ser apresentada ao FISCAL DE PROVA, que a solucionará.**
5. Use somente caneta esferográfica de tinta AZUL ou PRETA.
6. **ATENÇÃO!** Não se esqueça de que as respostas dos itens **01 a 20**, constantes deste caderno de perguntas, deverão, obrigatoriamente, ser transpostas para o **CARTÃO-RESPOSTA, NO TEMPO DE REALIZAÇÃO DA PROVA.**
7. O(a) candidato(a) só poderá sair da sala de aula 45 (quarenta e cinco) minutos após o início da prova. Após ausentar-se da sala, não volte a ela e não permaneça nos corredores.
8. Os candidatos que desejarem levar o caderno de questões, somente poderão fazê-lo após o término do concurso (Deverão permanecer na sala até o final da prova).
9. É **PROIBIDO**: emprestar ou pedir material emprestado, o uso de corretor, de calculadora e de qualquer meio eletrônico de comunicação.
10. O uso, ou porte, de meios ilícitos (cola) desclassificará o candidato deste concurso.
11. Ao sair da sala, não se esqueça de recolher seus pertences.
12. Marque cada resposta com atenção. O preenchimento errado do Cartão Resposta não autoriza a substituição do mesmo, sendo de responsabilidade do candidato. Para o correto preenchimento do Cartão de Respostas, observe o exemplo abaixo:

Em sendo a resposta correta, por exemplo, a letra C, marque o cartão da seguinte maneira, **utilizando-se somente de caneta esferográfica de tinta azul ou preta:**

A

B

C

D

E



Item 01. Um professor de matemática propõe aos seus alunos a resolução de exercícios por meio de códigos matemáticos através das operações Δ e π , definidas no conjunto dos números reais, tais que $x \Delta y = x - 3^y$ e $x \pi y = 2x^2 - xy + 1$. Dessa forma, podemos afirmar que o valor do número resultante da expressão $[(3 \pi 1)^{10\Delta 2}] \Delta [(2 \Delta 1) \pi (5 \Delta 2)]$ é igual a:

- A) $15\frac{2}{3}$
- B) $5\frac{2}{5}$
- C) $15\frac{3}{5}$
- D) $12\frac{2}{3}$
- E) $12\frac{1}{2}$

Item 02. A primeira descoberta de um número irracional é geralmente atribuída a Hipaso de Metaponto, um seguidor de Pitágoras. Ele teria produzido uma demonstração (provavelmente geométrica) de que a raiz de 2 é irracional. No entanto, Pitágoras considerava que a raiz de 2 "maculava" a perfeição dos números, e portanto não poderia existir. Mas ele não conseguiu refutar os argumentos de Hipaso com a lógica, e a lenda diz que Pitágoras condenou seu seguidor ao afogamento. A partir daí os números irracionais entraram na obscuridade, e foi só com Eudoxo de Cnido que eles voltaram a ser estudados pelos gregos. O décimo livro da série "Os elementos de Euclides" é dedicado à classificação de números irracionais. Foi só em 1872 que o matemático alemão Dedekind (de 1831 a 1916) fez entrar na Aritmética, em termos rigorosos, os números irracionais que a geometria sugerira havia mais de vinte séculos.



Dedekind (1831-1916)

Dessa forma, sobre o número $x = \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} + \sqrt{5}$ é correto afirmar que:

- A) $\sqrt{3x}$ é um número irracional
- B) $0 < x < 3$
- C) $x^3 - 1$ é irracional
- D) $2x - 3$ é racional
- E) $0 < x < 2$



Item 03. Maratona é o nome de uma corrida realizada na distância oficial de 42,195 km, normalmente em ruas e estradas. É a única modalidade esportiva que se originou de uma lenda e seu nome foi instituído como uma homenagem à antiga lenda grega do soldado ateniense Fidípides, um mensageiro do exército de Atenas, que teria corrido cerca de 40km entre o campo de batalha de Maratona até Atenas para anunciar aos cidadãos da cidade a vitória dos exércitos atenienses contra os persas e morreu de exaustão, após cumprir a missão.



Sabendo-se que em certa maratona o tempo gasto pelo 1º lugar foi de x horas, onde x é dado pela expressão

$$x = -\frac{3}{4} + \left[\frac{((-2)^{(3\sqrt{2}-4)})^{(3\sqrt{2}+4)}}{11} \right]^{-1}, \text{ então podemos afirmar que:}$$

- A) $x^2 - 1$ é par
- B) $x^x + x$ é um número composto
- C) $3^x - 2$ é um quadrado perfeito
- D) x é um número irracional
- E) $x - 5$ é um número natural divisível por 2017

Item 04. Para pintar os dois lados de um muro de formato retangular, desprezando sua espessura, foram necessárias exatamente 3 latas de tinta, que cobrem, cada uma, 24 m^2 de área. Sabendo-se que a altura do muro corresponde a $\frac{1}{9}$ de seu comprimento, então a razão entre a medida do comprimento do muro e o seu perímetro vale:

- A) $\frac{7}{20}$
- B) $\frac{20}{8}$
- C) $\frac{2}{5}$
- D) $\frac{20}{9}$
- E) $\frac{9}{20}$



Item 05. Certa parte da rodovia ALFA deverá ser dividida em trechos iguais, em quilômetros (Km), para certo número de empreiteiros, que executarão um trabalho de terraplanagem. Se houver 2 empreiteiros a mais, cada trecho terá uma diminuição de 20km e se houver 3 empreiteiros a menos, cada trecho terá um aumento de 40km.

A extensão, em km, da parte da rodovia ALFA que será dividida é igual a:

- A) 2000
- B) 1800
- C) 3600
- D) 3200
- E) 2400



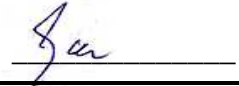
Item 06. Uma rede de supermercados adquiriu desinfetantes nos aromas pinho e lavanda. A compra foi entregue em 25 caixas contendo 30 garrafas em cada uma delas. Sabendo-se que cada caixa continha seis garrafas de desinfetantes a mais no aroma pinho do que no aroma lavanda, a quantidade total de garrafas entregues a esta rede de supermercados, no aroma pinho, foi de:

- A) 450
- B) 230
- C) 540
- D) 200
- E) 300



Item 07. Ao calcularmos os pontos de intersecção entre duas funções, estamos simplesmente calculando os valores para x e y que satisfazem simultaneamente as duas funções. Dados os pontos M e N , pertencentes, respectivamente, às funções $f(x) = 2x^2 + 1$ e $g(x) = -x^2 + 4x - 3$, o menor comprimento possível do segmento MN , paralelo ao eixo y , é:

- A) $\frac{13}{8}$
- B) $\frac{8}{3}$
- C) $\frac{3}{8}$
- D) $\frac{8}{13}$
- E) $\frac{5}{3}$



Item 08. O professor Marcos, trabalhando o assunto de inequações nas turmas do 9º ano do Ensino Médio do CMM, criou uma roleta com vários problemas sobre inequações. Ao girar a roleta, o Aluno Pedro deparou-se com o seguinte problema:

Determinar os possíveis valores reais de x que satisfazem a inequação

$$\frac{(x^2-1)^{2015} \cdot (2x+2)^{2016}}{(-x^2+4x)^{2017}} \leq 0$$



Dessa forma, podemos afirmar que a solução obtida por Pedro foi:

- A) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -1 \text{ ou } 0 < x \leq 1 \text{ ou } x > 4\}$
- B) $\{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ou } x \geq 4\}$
- C) $\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 1 \text{ ou } x > 4\}$
- D) $\{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ou } 0 < x \leq 1 \text{ ou } x \geq 4\}$
- E) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -1 \text{ ou } x \geq 4\}$

Item 09. Os telefones móveis surgiram efetivamente no Brasil em 1990, quando a Telerj instalou no estado do Rio de Janeiro 30 estações rádio base com capacidade para 10 mil terminais de acesso. A banda A foi implementada com base na tecnologia AMPS, um padrão norte-americano de celular, representando a primeira geração da telefonia móvel, o 1G. Brasília, que já havia implementado uma tecnologia ao celular na década anterior, instalou conexões para a banda A, pouco depois em 1990.

Considere um telefone celular em que a conta mensal é dada por uma função polinomial do 1º grau, em que x representa o número de chamadas locais e y representa o total a ser pago em reais. No mês de março, foram realizadas 100 chamadas locais e a conta mensal foi de 170 reais. Já no mês de junho, ocorreram 120 chamadas locais, e a conta mensal foi de 198 reais. Dessa forma, podemos afirmar que o total a ser pago no mês em que ocorrerem 180 chamadas será de:

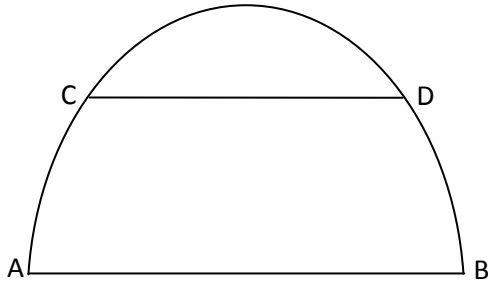


- A) 200 reais
- B) 212 reais
- C) 282 reais
- D) 300 reais
- E) 253 reais

Item 10. Na arquitetura são usadas aplicações matemáticas na construção de arcos de parábolas em igrejas, pontes e museus. Um portal de um museu tem a forma de um arco de parábola, conforme figura abaixo. A medida da sua base AB é de 6m e da sua altura máxima é 5m. Uma faixa CD paralela à base foi colocada 3m acima da base AB . Dessa forma, podemos afirmar que o comprimento da faixa CD é igual a:



Considere: $\sqrt{10} \cong 3$

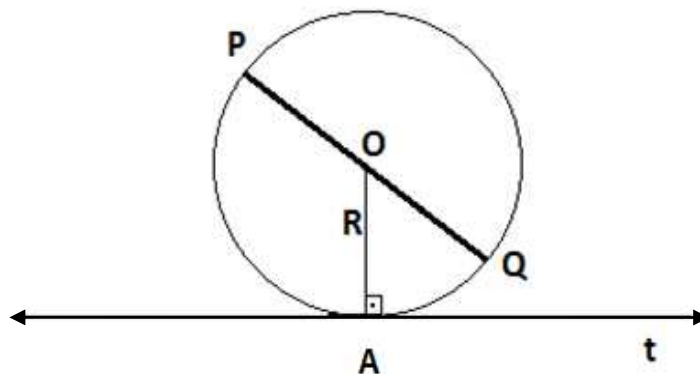


- A) 3,2m
- B) 3m
- C) 4m
- D) 4,2m
- E) 3,6m

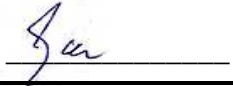
Item 11. A projeção ortogonal de uma figura geométrica qualquer sobre o plano é o conjunto das projeções ortogonais de seus pontos sobre o plano. Sendo assim, cada ponto dessa figura representa a extremidade de um segmento de reta. A outra extremidade está no plano, e a figura formada por todas essas últimas é a projeção ortogonal da figura geométrica.

Considere a circunferência λ , abaixo, de centro O e raio R e uma reta t tangente a λ no ponto A . Traçando-se o diâmetro PQ oblíquo a reta t , as projeções de P e Q sobre t , são os pontos M e N , respectivamente.

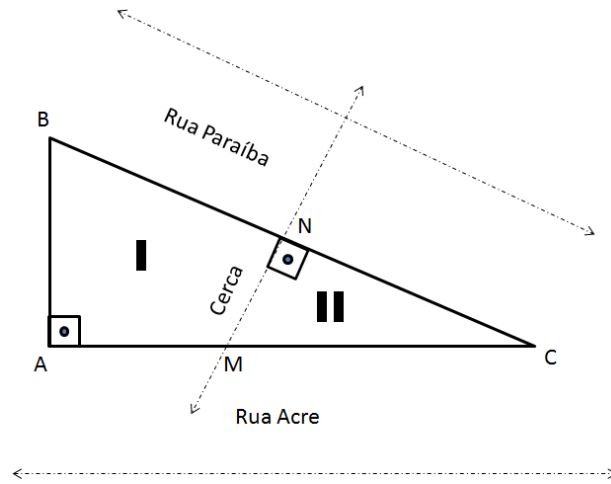
Sabendo-se que a razão entre ON e o raio R é $\frac{\sqrt{7}}{2}$, o ângulo entre PQ e MN é igual a:



- A) 30°
- B) 60°
- C) 15°
- D) 45°
- E) 75°



Item 12. João possui um terreno no formato de um triângulo retângulo e pretende dividi-lo em dois lotes, por meio de uma cerca feita na mediatriz da hipotenusa, com o objetivo de presentear seus dois filhos, Maria Renata e Rafael, respectivamente, com os lotes I e II, conforme mostra a figura abaixo.



Sabendo-se que os lados AC e BC desse terreno medem, respectivamente, 80m e 100m, podemos afirmar que o perímetro do lote de Maria Renata (I) é igual a:

- A) 100m
- B) 150m
- C) 110m
- D) 165m
- E) 125m

Item 13. A bandeira da torcida dos alunos do 9ºano do Ensino Fundamental do CMM, nas Olimpíadas Internas deste ano, foi criada de acordo com a figura abaixo:



Considerando que o losango, contido na bandeira, possui perímetro igual a 100cm e sua maior diagonal mede 40cm, podemos afirmar que a razão entre a diagonal menor desse losango e o diâmetro do círculo inscrito nesse losango vale:

- A) 0,95
- B) 1,00
- C) 1,15
- D) 1,25
- E) 2,25

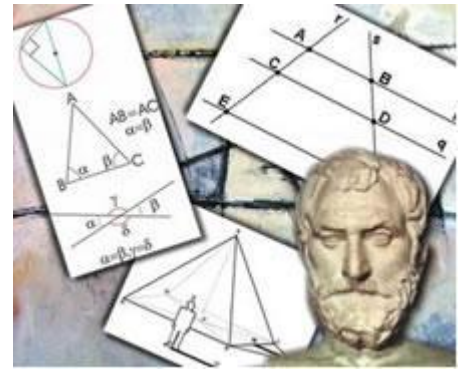
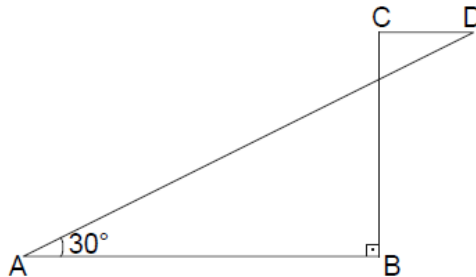
[Assinatura]

Item 14. O Teorema de Tales possui diversas aplicações no cotidiano, que devem ser demonstradas a fim de verificar a sua importância. O Teorema diz que “retas paralelas, cortadas por transversais, formam segmentos correspondentes proporcionais”.

Na figura abaixo, temos $CD \parallel AB$, $CD = 12\text{m}$ e $AB = 48\text{m}$.

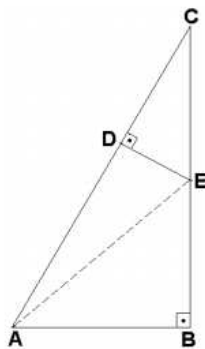
A medida do segmento AD, em metros, é aproximadamente igual a:

- A) 50
- B) 70
- C) 55
- D) 60
- E) 82



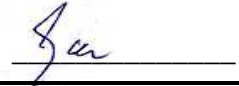
Item 15. As construções das pirâmides e dos templos pela civilização egípcia e babilônica são o testemunho mais antigo de um conhecimento sistemático da geometria. Nessas construções, nota-se a presença de ângulos retos e linhas retas perpendiculares entre si. De acordo com a história, os antigos egípcios utilizavam o triângulo retângulo para construir os ângulos retos.

Fazendo-se um corte vertical em uma dessas pirâmides, chega-se à figura abaixo:



Considerando que ABC e CDE são triângulos retângulos, $AB = 2\text{m}$, $BC = 2\sqrt{3}\text{m}$ e $BE = 3DE$, então o valor da distância AE, em metros, é igual a:

- A) $\sqrt{13}$
- B) $\frac{2\sqrt{13}}{3}$
- C) $\frac{3\sqrt{13}}{5}$
- D) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
- E) $\frac{4\sqrt{13}}{5}$

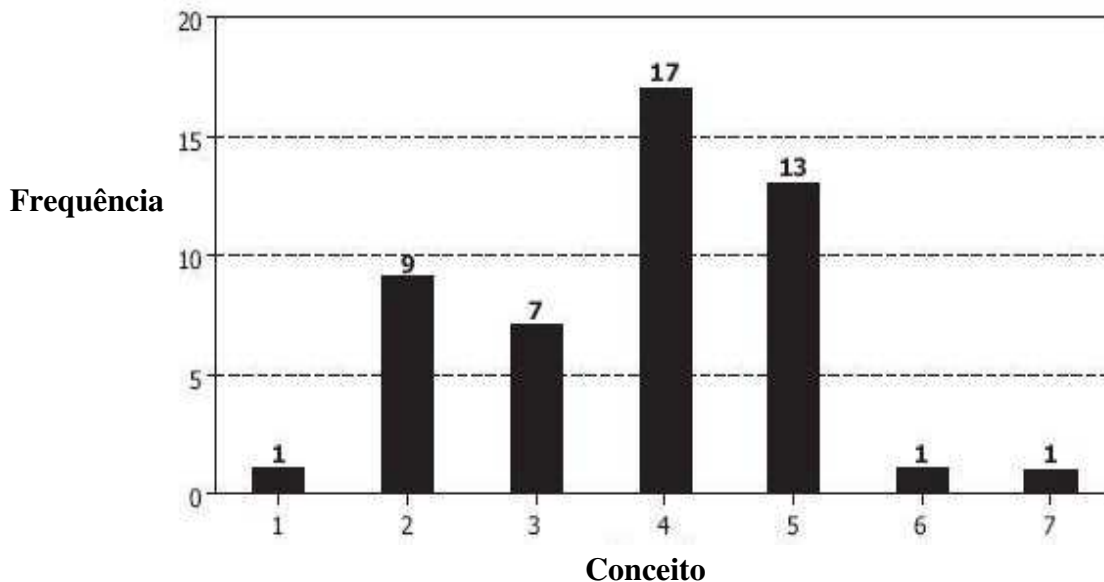


Item 16. O Brasil tem 122.295 estudantes de pós-graduação, dos quais 76.323 são de mestrado acadêmico, 4.008 de mestrado profissional e 41.964 de doutorado. O levantamento é da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (Capes/MEC). De acordo com o Presidente da Capes, Jorge Almeida Guimarães, há um crescimento no setor que precisa da cooperação dos estados, empresas estatais e iniciativa privada para aumentar o número de bolsas de pós-graduação.



Os dados do gráfico, a seguir, são relativos à Avaliação Trienal dos cursos e programas de pós-graduação realizada pela Capes em 2016

Distribuição dos conceitos atribuídos aos programas de determinada área avaliada

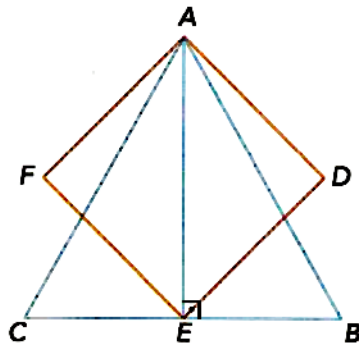


O percentual aproximado de programas que tiveram conceito máximo igual a 4,0 é de:

- A) 45,0%.
- B) 58,5%.
- C) 42,0%.
- D) 44,6%.
- E) 69,4%.



Item 17. Na figura abaixo, a altura do triângulo equilátero ABC coincide com a diagonal do quadrado ADEF. Se a medida do lado do triângulo mede $4\sqrt{3}$ cm, quanto mede o perímetro do quadrado?

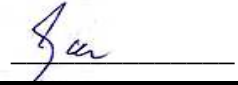


- A) $3\sqrt{2}$ cm
- B) $6\sqrt{2}$ cm
- C) $12\sqrt{2}$ cm
- D) $16\sqrt{2}$ cm
- E) $24\sqrt{2}$ cm

Item 18. O teleférico é um meio de transporte bastante utilizado em locais íngremes, como montanhas e florestas, pela sua adaptação a terrenos acidentados e pela sua facilidade em transpor vales e cumes de montanhas, onde a instalação de outros meios de transporte seria bastante difícil. É igualmente utilizado em terrenos planos como meio de ligação entre fábricas, minas ou portos marítimos.

Considere uma estação E de onde partem 2 teleféricos, T_1 e T_2 , situada entre duas montanhas, estando a estação e as montanhas em um mesmo plano horizontal. Da estação partem os teleféricos, cada um em direção a um ponto mais alto das montanhas (picos P_1 e P_2). Sabendo-se que os teleféricos percorreram em linha reta 1500m e 2900m, e que uma montanha tem 900m de altura e a outra tem 2000m, podemos afirmar que:

- A) a distância entre P_1 e P_2 é igual a 3200m
- B) a distância entre as projeções de P_1 e P_2 é igual a 500m
- C) a distância entre P_1 e P_2 é menor que 3500m
- D) a distância entre E e a projeção de P_1 é igual a 1000m
- E) a distância entre E e a projeção de P_2 é igual a 3000m



Item 19. A média aritmética das notas de quatro alunos é igual a 7. Se aumentarmos de 3 unidades a menor dessas notas, e diminuirmos de 5 unidades a maior delas, então a nova média será:

- A) 4,75
- B) 5,25
- C) 5
- D) 6,5
- E) 4,35

Item 20. A turma do 1º ano do Ensino Médio do CMM 2017 contratou uma costureira com o objetivo de confeccionar 200 camisas para um campeonato de basquete. Nos dois primeiros dias, ela conseguiu confeccionar $\frac{2}{x+1}$ ($x \in \mathbb{IN}$) do total de camisas. Ela percebeu que se tivesse confeccionado 10 camisas a menos, nesses dois dias, o número de camisas confeccionadas seria $\frac{1}{x+7}$ do total.

Com base nessas informações, marque a alternativa CORRETA:

- A) Nos dois dias de trabalho, a costureira confeccionou uma quantidade de camisas que representa um número ímpar.
- B) Se a costureira mantiver o ritmo de trabalho dos dois dias, ela gastará menos de 15 dias para confeccionar todas as camisas.
- C) A razão entre o número de camisas confeccionadas nos dois dias e o número de camisas que ainda faltou confeccionar, nessa ordem, é igual a $\frac{1}{11}$.
- D) Após os dois dias de trabalho, ainda faltavam confeccionar mais 120 camisas.
- E) Se a costureira mantiver o ritmo de trabalho dos dois dias, ela gastará 20 dias para confeccionar todas as camisas.